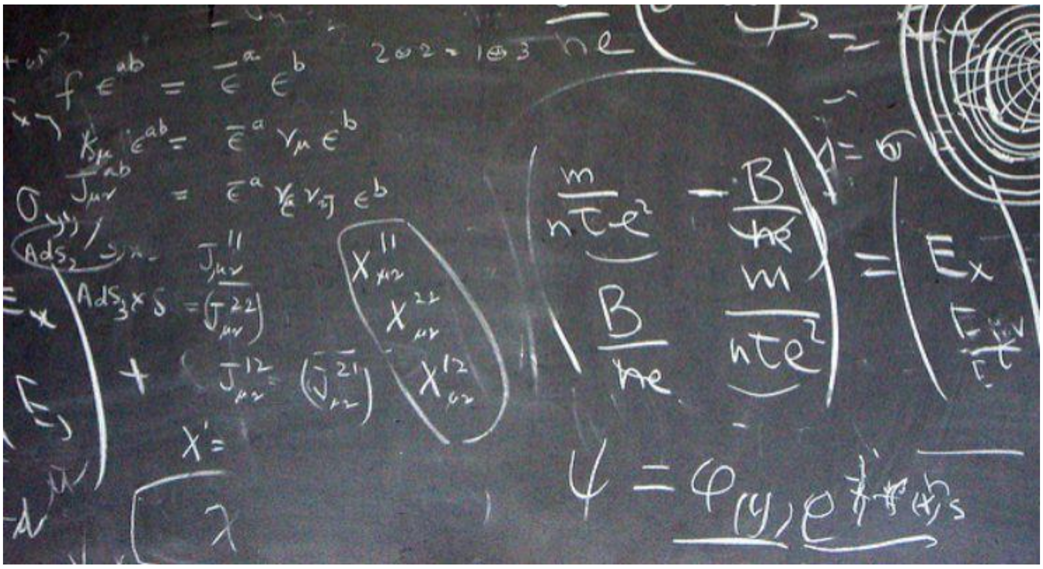
Segnaliamo l'articolo apparso sul sito di divulgazione scientifica *Galileonet* dal titolo "**Viaggio nella matematica che cambia**", nel quale si evidenziano i cambiamenti che la Matematica ha subito nel corso del tempo, nonostante il suo carattere di verità (un risultato in Matematica è per sempre) diversi e mutevoli sono stati gli approcci e le conclusioni**.**

**Viaggio nella matematica che cambia**

26 ottobre 2016 - Simona Poidomani



(Credits: Marvin (PA)/Flickr CC)

*In **matematica**, l'idea del cambiamento fatica a trovare **spazio**; ma non sono in molti a lamentarsene, come fa invece il protagonista del romanzo di DeLillo **La stella di Ratner**. A questo primo non detto della **matematica** segue quello del percorso, spesso tortuoso e non rivelato, che porta un matematico alla dimostrazione di un risultato. Il francese **Cédric Villani**, medaglia Fields, in un libro di divulgazione innovativo quasi quanto i suoi risultati, presenta invece il suo lavoro associando all'elenco delle canzoni che ascoltava mentre lavorava al teorema che gli è valso il premio, la ricostruzione delle associazioni fra risultati e ambiti diversi della matematica che lo hanno reso possibile. Il suo modo di procedere fa pensare a quello che, all'inizio del secolo scorso, aveva spinto lo storico dell'arte **Aby Warburg** a immaginare una biblioteca ordinata secondo il criterio del 'buon vicinato' e a entrare negli archivi per capire le opere d'arte che studiava nei musei. Sulla scia di DeLillo, Villani e Warburg, si torna a parlare del **cambiamento** presentando le entità di cui tratta la matematica come modelli, più che verità scolpite nella pietra. E sono due matematici di periodi diversi e molto diversi fra loro per temperamento, **Poincaré** e **Gowers**, a spiegare con grande efficacia nei loro scritti il concetto di modello: per lo spazio e per i numeri, rispettivamente. Ma se il **cambiamento** investe le entità, lo spazio e i numeri per esempio, come entra in gioco con le procedure? Quando è che un risultato si può dire tale? Una dimostrazione vale l'altra? Che cosa accade nell'attesa che un risultato sia riconosciuto come tale dalla comunità scientifica? La strada è sempre quella degli archivi. E una nuova generazione di matematici con i loro blog pieni di tracce sembra averla imboccata. Di questo viaggio nella matematica che cambia ecco la prima puntata.*

Poco altro come la **matematica** evoca certezza. Una certezza che investe non solo i risultati ma anche la visione che di questo sapere hanno i suoi adepti. Eppure, emergono nella storia differenze significative. Anche oltre lo scontro fra Newton e Leibnitz sul calcolo infinitesimale o la battaglia fra Cantor e Kronecker sui numeri transfiniti.

Scorrendo gli scritti dei matematici sulla matematica emerge un pensiero non sempre condiviso e soprattutto tutt'altro che immutabile nel tempo. Le differenze fra le diverse visioni sono più pronunciate nell'attesa che l'intuizione di una scoperta si formalizzi in risultato, ma non si esauriscono nel periodo del pensiero in atto di cui in genere si preferisce non parlare.

Finanche il tempo sembra avere nella storia della matematica una connotazione premoderna, diversa rispetto al suo ruolo nello sviluppo di altre discipline. La matematica si presenta come una sequenza di risultati codificati in teoremi, corollari e definizioni come se così fossero nati. Uno dopo l'altro in una successione simile a quella dei numeri progressivi con cui vengono identificati in un articolo o in un libro scientifico. Come se ognuno di questi risultati fosse sempre stato l'unico possibile, non il frutto di discussioni e cancellazioni, il prodotto di un'operazione culturale, di pathos.

Ogni disciplina ha imparato a coltivare la sua storia, la matematica sembra averla voluta a lungo nascondere. Quasi che una ricostruzione dei percorsi delle sue idee e dei loro fantasmi possa indebolirla e non renderla più interessante. Ma le cose forse sono iniziate a cambiare.

## 1.Matematica in movimento

La matematica cambia nel tempo, anche se non a tutti piace pensarla in questo modo. La versione prevalente recita infatti che la ricerca si sviluppa non solo secondo una necessità intrinseca al ragionamento matematico, ma anche con procedimenti sempre uguali. I greci nel terzo secolo a.C., Gauss, a cui all'inizio dell'Ottocento viene in mente di misurare gli angoli del triangolo formato da tre cime del Regno di Hannover[1], i contemporanei con le loro dimostrazioni lunghe anni. Nessuna differenza.

In parte è vero, la si può anche spiegare in questo modo, ma è quello che fin troppo spesso è stato fatto. Il matematico quattordicenne e già improbabile premio Nobel Billy Twillig, protagonista del romanzo di Don DeLillo "La stella di Ratner", reagisce nel più sconsiderato e poco conveniente dei modi quando uno dei suoi interlocutori, tal U.F.O. Schwartz, gli dice convinto: "A quanto mi par di capire non esiste realtà più indipendente dalle nostre percezioni e più fedele a se stessa della realtà matematica"[2].

E allora, non fosse altro che per alleggerire Billy, esasperato da un intero romanzo di digressioni e trasgressioni sulla reale natura della matematica, vale la pena di provare a parlarne anche come di una disciplina in movimento, al pari di qualsiasi altra vicenda umana interessante. Una disciplina il cui andamento non è lineare e immediatamente universale. Ma che procede per sbalzi e discussioni, con elementi e visioni che rispuntano dopo lunghi periodi in cui sembravano usciti di scena, proprio come la Vittoria dei bassorilievi greci che riappare come Ninfa nei quadri del Rinascimento italiano, e altri che non sono stati accettati subito nel discorso riconosciuto dalla comunità e sono diventati importanti solo molto tempo dopo la loro prima comparsa.

## 2. Il matematico e lo storico dell'arte. Cédric Villani e Aby Warburg

Cédric Villani parla della matematica come di un organismo mobile nel racconto del suo lavoro sullo smorzamento non lineare di Landau. Il titolo che ha scelto per il libro in cui descrive la grande avventura che lo ha portato a vincere la Medaglia Fields nel 2010, è proprio quello di "Teorema vivente".

Tra il momento in cui il matematico "decide di lanciarsi nell'avventura fino a quello in cui finalmente l'articolo che annuncia il nuovo risultato – il nuovo teorema – viene accettato per essere pubblicato su una rivista internazionale…il cammino del ricercatore, lungi dal seguire una traiettoria rettilinea, procede per un sentiero fatto di ostacoli e deviazioni, come spesso accade nella vita di tutti i giorni"[3], scrive Villani associando agli estratti integrali dell'articolo scientifico in cui presenta il suo risultato la lista dei brani musicali che ha ascoltato nelle diverse fasi della sua carriera lampo e corsivi in cui dà vita ai problemi della matematica moderna su cui si innesta la sua ricerca.

Villani fa la storia del tragitto di un teorema, di quello che accade a un matematico durante i mesi, a volte anche gli anni, in cui questo risultato prende forma. Ma perché non parlare di un movimento di più lunga durata, che trascende la vita delle singole persone che contribuiscono alla sua definizione? Lui sembra dare per scontato questo andamento, salvo poi definirlo un miracolo. "Sono i legami nascosti fra differenti campi matematici che hanno fatto la mia reputazione di ricercatore. Questi legami così preziosi! Permettono di chiarificare l'uno e l'altro dei campi implicati, in un gioco di ping-pong dove ogni scoperta su una riva porta con sé una scoperta sull'altra…Yves Meyer me lo aveva detto, durante la mia discussione di tesi di dottorato: 'Ci sono delle relazioni, nella vostra tesi, di identità miracolose! Vent'anni fa avrebbero riso di questo lavoro, non si credeva nei miracoli!'. Ma io ci credo e ne scoprirò ancora"[4]. Legami nascosti, dialogo tra campi diversi, magari anche tra epoche diverse, ecco cosa mette in scena Villani per evocare il movimento della matematica.

"La vera difficoltà del genio matematico è che spesso le sue fonti sono sotterranee. Galois. O anche Ramanujan. Nulla nei precedenti di questi ragazzi lasciava intendere che un giorno avrebbero manifestato simili doti innate. Numeri che balzano fuori dalla successione. Oppure collocati nei posti sbagliati"[5]. Fonti sotterranee, balzi oltre frontiera, collocamenti sbagliati, è invece quello che affabula DeLillo facendo parlare un altro dei suoi personaggi.

Alla fine dell'Ottocento lo storico dell'arte tedesco Aby Warburg lascia gli Uffizi ed entra negli archivi per cercare documenti sulla committenza delle opere a cui era interessato, notizie sulle feste, le danze in voga e altri elementi che a tutti, allora, apparivano come inezie. Entrando nel mondo senza gerarchie dell'archivio, fa quello che è stato definito un lavoro sporco ma inaugura una scienza senza nome che va oltre la rappresentazione allora accademica dell'arte, individua gli strumenti per trovare nelle opere quello che chiama il nachleben, ciò che nasce nuovamente. Un movimento nella storia che procede per balzi e vie sotterranee e nascoste, appunto.

Se pensiamo a un teorema come a un'immagine, possiamo chiederci dove sono finiti i fantasmi a cui è sopravvissuto e che la sua presenza vuole cancellare, gli appunti nervosi o senza sbavature che lo hanno preceduto, le correzioni e gli schizzi, le conversazioni e le letture del suo autore, anche le sue emozioni, tutti elementi che si tende ancora a voler mettere da parte con ostinazione antica. Quando invece si potrebbe andare a caccia dei 'buoni vicini' di un dato teorema per creare una biblioteca matematica di ispirazione warburghiana[6] e scoprire così legami nascosti e ritornanze.

Villani ci confida alcuni elementi nella direzione di questa costruzione quando racconta di essere riuscito a superare uno dei momenti di impasse della sua ricerca a un seminario a cui aveva partecipato all'università di Rutgers, nel New Jersey, non lontano dall'Institute for Advanced Studies di Princeton di cui è stato ospite per il semestre di lavoro più intenso sullo smorzamento. "Siamo una decina a mangiare insieme dopo il seminario, le discussioni di susseguono a buon ritmo. Nell'uditorio poco prima c'era un grande folletto dagli occhi brillanti tutto giubilante: Michael Kiessling; adesso mi racconta con entusiasmo comunicativo i suoi amori di gioventù per la fisica del plasma, la schermatura, l'eco del plasma, la teoria quasi lineare…L'eco del plasma riscuote tutta la mia attenzione. Che bella esperienza! Si prepara un plasma, vale a dire un gas nel quale si sono separati gli elettroni dal nucleo, lo si mette a riposo e all'inizio dell'esperienza si rompe questo riposo applicando un breve campo elettrico, una "impulsione". Si aspetta in seguito che la corrente creata si attenui e allora si applica un secondo campo. Si attende che anche la seconda si attenui ed è là che avviene il miracolo: se le due impulsioni sono scelte bene, si osserverà una risposta spontanea, un momento preciso e questa risposta viene chiamata l'eco…tutto ciò mi ricorda dei calcoli che ho effettuato qualche giorno fa: una risonanza rispetto al tempo…il mio plasma che reagiva a certi istanti particolari…credevo d'aver perso la ragione, ma forse è la stessa cosa di questo fenomeno di eco ben conosciuto in fisica del plasma?"[7].

Questo è solo un primo grossolano tentativo per cercare in un teorema o in una teoria le tracce di un passato che ritorna con l'energia sufficiente per imprimere cambiamento, movimento. Quale tema migliore che non l'eco (a un'altezza differente dai primi due impulsi che lo generano) e un folletto che se ne fa portatore per seguire una pista warburghiana!

*Note*:

1) Nel 1818 Gauss aveva ricevuto l'incarico di tracciare la cartografia dello staterello traendo da questo lavoro ispirazione per il calcolo dell'errore nelle misurazioni, l'invenzione dell'eliotropo, riflessioni sui postulati della geometria euclidea e sull'esistenza di geometrie non euclidee, proprio a partire dalla natura del nostro spazio fisico. Gauss misurò la somma degli angoli del triangolo formato dai monti Brocken, Hohehagen e Inselberg, che risultava essere maggiore di 15'' di 180 gradi, uno scostamento compreso nell'errore, quindi non significativo, oppure il segno che lo spazio del regno di Hannover non è euclideo?

2) DeLillo, La stella di Ratner, Torino, 2011, p.54

3) Villani, Il teorema vivente, Milano 2013, p. 7

4) Villani, cit., p. 144

5) DeLillo, cit., pag. 281. Vedi anche pagg.212-213: "Quella della matematica è una storia sotterranea che avviene al di sotto della storia stessa, una storia fraintesa, ingrata, sbeffeggiata, non letta, un mondo che perfino gli eruditi percepiscono a malapena"

6) Lo storico dell'arte stringe un patto con il fratello e rinuncia in giovane età all'eredità del padre banchiere ad Amburgo. L'unica sua richiesta è quella di poter acquistare tutti i libri che desidera e che ordina secondo una relazione che chiama di buon vicinato, un ordine che non segue ordini cronologici o alfabetici tradizionali. Sarà il suo assistente Fritz Saxl a salvare la biblioteca dalla furia nazista due anni dopo la sua morte caricandola su un piroscafo diretto a Londra il 31 dicembre 1931.

7) Villani, cit., pp. 95-96

*Si ringrazia Roberto Natalini, direttore dell'Istituto per le Applicazioni del Calcolo 'M. Picone' del CNR e coordinatore di Maddmaths!, per i preziosi consigli bibliografici. E le chiacchiere.*

**La matematica come modello e non come verità assoluta**

31 ottobre 2016 - Simona Poidomani


(Credits: Jorge Franganillo/Flickr CC)

*Di questo viaggio nella matematica che cambia ecco la seconda puntata*

3. L'esempio più facile

Non è necessario parlare di cose difficili per farsi un'idea dell'andamento riluttante della matematica. I numeri negativi compaiono per la prima volta nel testo classico cinese "Nove libri sull'arte della matematica"[8], che risale alla prima dinastia Han, ovvero a un periodo compreso fra il 206 aC e 220 dC, ma per secoli se ne è contestato l'uso. Da tempo, ormai, appaiono non meno legittimi dei numeri naturali (1,2,3,4…) che indicano oggetti che i nostri sensi non fanno nessuna fatica a percepire e vengono introdotti alle scuole elementari senza che la loro esistenza, o il loro uso, crei problemi a nessuno. Stessa difficoltà per i numeri irrazionali, ovvero i numeri che non possono essere espressi come rapporto fra numeri naturali, per esempio la radice di 2.

"Il (prolungato, ndr) rifiuto dei matematici di assegnare agli irrazionali lo status di numero illustra una delle caratteristiche sorprendenti della storia della matematica. Le nuove idee sono spesso tanto inaccettabili in questo campo come lo sono in politica, religione ed economia"[9], scrive in "A Cultural Approach to Mathematics" Morris Kline, che ha una cattedra al Courant Institute della New York University ed è stato uno dei pochi a violare il tabù dell'eccezionalità della matematica fra le diverse forme di pensiero.

È allora legittimo chiedersi di quali entità si discute in questi tempi, quali siano gli argomenti contestati, oltre che provare a farne una storia.

L'inglese Timothy Gowers, che nel 1998, 12 anni prima di Villani, ha vinto la medaglia Fields e a Cambridge occupa la cattedra che porta il nome di Walter William Rouse Ball, un altro che ha cercato di ricostruire una storia, risponde in parte, facendo finta di parlare di scacchi: "Ciò che conta del re nero non è la sua esistenza, e neanche la sua natura intrinseca, ma il ruolo che svolge nel gioco"[10], scrive. E presenta quindi quello che non ha problemi a definire come uno slogan per sgomberare il campo dalle domande: "Un oggetto matematico è ciò che fa", e "il significato di una proposizione è il suo metodo di verifica".

Per secoli si è faticato molto a realizzare, scrive Kline, che i concetti matematici sono astrazioni create dall'uomo che possono essere introdotte a piacere se servono a uno scopo utile".

Vale per i numeri negativi, e per quelli irrazionali, che altrettanta fatica hanno fatto a trovare uno spazio serenamente condiviso, dopo che i pitagorici avevano realizzato di non potere rappresentare con una frazione di interi il numero che indica la misura dell'ipotenusa di un triangolo con i due lati unitari, ovvero che non esistono due interi a e b tali che il loro rapporto indichi la radice di 2. A maggior ragione, vale per i numeri complessi[11], molto più difficili da accettare, costruiti intorno alla misteriosa unità immaginaria i, re nero più di tutti, che però risolve l'equazione x2= -1 e si conquista il diritto a esistere, in matematica, prima ancora che la sua esistenza consenta sviluppi importanti alla base, per esempio, della teoria quantistica. Prendere o lasciare.

E per scansare argomentazioni filosofiche Gowers, il cui pragmatismo è arrivato a toccare il tempio sacro dell'editoria – quando all'inizio del 2012 ha denunciato il costo ingiustificato delle riviste scientifiche in un intervento che ha fatto storia quasi quanto i suoi teoremi – aggiunge: basta considerare queste asserzioni come "atteggiamenti che si può di tanto in tanto scegliere di adottare". In questo è d'accordo con Kline e soprattutto con Hilbert. Basta considerarle come astrazioni da scegliere secondo convenienza, a piacere[12].

Il metodo dell'astrazione diventa indispensabile quando non si riesce più ad associare a ogni entità un'immagine e un significato reali. Un albero ce lo raffiguriamo tutti. Anche due, tre, cinque o sei. E sette? Già iniziano i problemi. Dove li mettiamo tutti questi alberi che ancora non fanno bosco?

"Perché i numeri negativi appaiono a così tante persone come meno reali di quelli positivi? Probabilmente perché contare gruppi ridotti di oggetti è un'attività umana fondamentale, e quando lo facciamo non usiamo numeri negativi. Ma tutto questo significa solo che il sistema di numeri naturali, se lo pensiamo come modello, è utile in alcune circostanze e non lo è in un sistema allargato. Se vogliamo pensare alle temperature o ai conti bancari, allora i numeri negativi tornano utili. Fino a che il sistema di numeri esteso è logicamente coerente, e questo lo è, non c'è nulla di male a usarlo come modello". Ecco allora che Gowers parla di necessità e utilità, laddove altri nell'Ottocento tiravano in ballo la libertà. E a metà strada, Poincaré citava la comodità.

4. La strada che porta al modello

L'idea su cui insiste Gowers è che un'entità matematica, numero, area, spazio o quant'altro, sia più facile da capire quando è definita in modo astratto e non quando la si pensa "tradotta" nei casi particolari che i nostri sensi sono in grado di registrare e da cui di solito si inizia il percorso di apprendimento.

Insomma è più semplice abbandonare il conteggio, l'area dei poligoni che ci hanno insegnato a calcolare alle scuole medie o lo spazio tridimensionale in cui siamo convinti di essere immersi per capire le proprietà e soprattutto le potenzialità di queste entità.

Il ritornello è sempre lo stesso: non ci interessa che cosa sia un oggetto ma ciò che fa, ovvero le sue proprietà. La sua applicazione consiste nel passare dall'entità fisica al modello matematico. Dello spazio, per esempio[13].

Prima di proseguire con lo spazio-modello vale la pena di fare un passo indietro e ricordare come Poincaré, molto tempo prima che Gowers nascesse, avesse ridotto ai minimi termini questo procedimento per farne capire la profondità.

Il passaggio dallo spazio reale e fisico, qualunque cosa esso sia, a un modello di spazio, e quindi a più modelli di spazio, non è un'operazione banale e soprattutto scontata: Poincaré si è dilungato a spiegare come lo spazio che noi percepiamo con i nostri occhi, per esempio, già non soddisfa alcune delle proprietà che pretendiamo da uno spazio invece non strutturato, a partire dall'isotropia. Il senso della profondità, spiega, è infatti dovuto ad altri muscoli rispetto a quelli impiegati nella visione piana. Poincaré ci mostra come lo spazio euclideo non sia che un passaggio intermedio, o provvisorio come dice lui; lo spazio comodo per arrivare a definizioni più generali.

5. L'emancipazione della matematica

In ogni caso, per arrivare a Gowers, o anche soltanto a Poincaré o a Hilbert, la strada è lunga. L'emancipazione della matematica dal mondo reale è avvenuta nella seconda metà dell'Ottocento con Dedekind e le geometrie non euclidee – ovvero con le geometrie che non descrivono solo la realtà immediatamente percepita dai nostri sensi, di cui la geometria euclidea è soltanto un caso particolare – e ha portato con sé il vento della libertà che si respirava in quegli stessi anni nelle strade della Comune di Parigi o nei circoli anarchici di Pietroburgo.

Il termine libertà compare per la prima volta in un testo di matematica di Grassman e sarà subito dopo Dedekind a formalizzarne il diritto a esistere in matematica, grazie alle geometrie derivanti da assiomi diversi da quelli scelti da Euclide, ma da cui si ottengono teoremi comunque molti utili alla comprensione dell'universo.

Questa forza trainante si accompagna in un primo momento alla ricerca della definizione di infinito caratteristica, si può anche dire nel cercarne una definizione, di un insieme i cui oggetti continuano a far parte dopo qualsiasi trasformazione, quindi a una tranquillizzante predeterminazione dello sviluppo della stessa matematica. Se ogni trasformazione non ci allontana dall'insieme di partenza, sappiamo in anticipo dove ci troveremo in ogni caso, qualunque cosa accada.

È però a cavallo dell'inizio del Novecento che s'inizia, forse sulla scia dell'assenza di finalità nella natura scoperta non molto tempo prima da Darwin, a pensare che si possa andare oltre questo insieme che tutto comprende. A pensare che si possa sorprendere.

Fra questi due poli, il recinto e la libertà più totale, il matematico scopre presto la regione empiricamente determinata ma allo stesso tempo libera da costrizioni e prevedibilità, in cui si può effettivamente muovere.

6. Orme cancellate

È il tempo che toglie di mezzo l'indeterminatezza, trasforma il ragionamento e porta i nuovi risultati entro i confini dell'insieme, nella Matematica. Altro che grandi teorie, qui vale il principio pragmatico dell'attesa citato per la prima volta in questi termini da Borel. È il tempo che consente di capire se la matematica accennata in un lavoro è Matematica.

Perché allora non mettere in cantiere un discorso su quello che accade al ragionamento matematico prima che si cristallizzi come Matematica e l'attesa si compia?

"In matematica sta diventando difficile dire la verità, come ovunque oggi", scriveva a metà degli anni ottanta Gian Carlo Rota nella prefazione al testo di cui è uno dei tre autori insieme a Martk Kac e Jacob Schwartz, "Discrete Thoughts. Essays in Mathematics, Science and Philosophy"[14]. "Dire la verità non equivale a recitare un rosario di fatti", aggiunge, arrivando addirittura a citare questi versi di Antonio Machado:

la gente mente così spesso

perché manca di immaginazione:

non capisce che non c'è verità

senza invenzione[15]

"Prima o poi dovremo riabituarci, e se non lo facciamo noi dovranno farlo i nostri figli, a dire la verità in modo corretto. L'esercizio sarà particolarmente doloroso in matematica. Le incredibili scoperte nel nostro campo nascondono in modo sistematico, come orme cancellate nella sabbia, il percorso analogico di pensiero che rappresenta la vita autentica della matematica. Per quanto scioccante questo potrà essere per un logico conservatore, verrà il giorno in cui i concetti ora vaghi di motivazione e finalità saranno resi formali e accettati come costituenti di una logica rinnovata, dove sarà loro assegnato lo status che meritano, a fianco di assiomi e teoremi. Fino ad allora tuttavia le verità della matematica faranno sol comparse effimere, come confessioni di cui vergognarsi sussurrate a un prete, a uno psichiatra o a una moglie". Il percorso analogico come elemento di verità, ecco cosa sarebbe piaciuto a Warburg la cui ultima opera è l'Atlante di Mnemosyne[16], tavole in cui immagini diverse, come cartine geografiche e alberi genealogici o il ratto raffigurato da Rubens e le diverse raffigurazioni dell'Apollo, sono associate per lo slancio che hanno impresso alla nostra cultura.

Note

[8] Nel testo Chiu ch'ang Suan-shu vengono presentati i numeri negativi nelle matrici usate per risolvere sistemi di equazioni a tre variabili.

9 Kline, A Cultural Approach to Mathematics, Boston, pp. 63-64: Anche: "Just as we gradually add to our knowledge of the varieties of human beings and animals which exist in our physical world, so must we broaden our knowledge of the varieties of numbers and with true liberties accept these strangers on the same basis as the already familiar numbers (…) It may be of some comfort to the reader to know that the concepts of negative numbers, like the concept of irrational numbers was resisted by mathematicians for several hundred years. The history of mathematics illustrates the rather significant observation that it is more difficult to get a truth accepted then to discover it. The mathematicians to whom "number" meant whole numbers and fraction found it hard to accept negative numbers as true numbers.".

[10] Gowers, Matematica. Un'introduzione, Torino, 2004, p. 18

11 a+ib, dove a e b sono numeri reali e i la radice quadrata di -1.

12 Di recente, il matematico russo dell'università della Calabria Yaroslav Sergeyev ha esteso il sistema dei numeri introducendo il grossone e alcune regole di calcolo. Con questo riesce a inserire l'infinito nei calcoli del suo progetto di computer.

13 ( La teoria degli insiemi e la sua mutazione nell'idea di modello presentata da Hilbert con il metodo assiomatico e le sue Grundlagen der Geometrie, di cui Gowers si fa insieme ad altri portavoce, è un altro buon esempio per rendere conto del cambiamento in matematica).

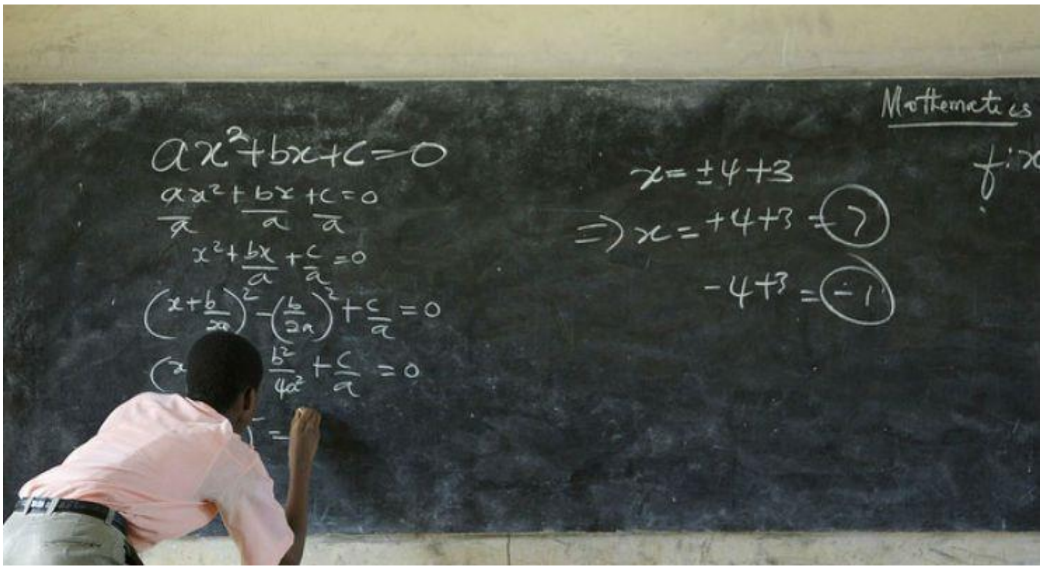
14 Birkhauser, 1985, con Mark Kac e Jacob Schwartz.

15 Traduzione dell'autore

16 dimenticata per anni, l'opera incompiuta e incompletabile di Warburg viene riscoperta negli anni Novanta. Una prima versione con 63 pannelli viene pubblicata a Vienna nel 1994, seguono una edizione tedesca e una italiana.

Cosa significa innovazione in matematica?

7 novembre 2016 - Simona Poidomani




(Credits:
World Bank Photo Collection/Flickr CC)

*Di questo viaggio nella matematica che cambia ecco la terza ed ultima puntata*

7. Gli archivi della matematica

Nel suo intervento al Congresso internazionale di Roma del 1908, Enriques richiama i suoi colleghi invitandoli a considerare entrambi gli "aspetti fondamentali della nostra scienza dove taluno contempla ciò che è acquisito, la 'teoria logica formata', altri ciò che diviene la 'storia'"[17].

Le sue parole non sembrano essere state raccolte. Ma perché non esiste una storia di questo materiale ancora grezzo? È possibile provare a farne una, provare a parlare di ciò che avviene nell'attesa?

"La logica della scoperta è molto più interessante della logica di ciò che è stato scoperto", scrive Kline[18] sulla scia di Rota. Ma per quale ragione allora la prima viene nascosta con cura, nella precisione del risultato pulito da ogni scoria del pensiero che lo ha creato?

Non tutti seguono questo suo pensiero. Gowers dà per scontata questa cancellazione. Anzi, la usa per distinguere il matematico dall'artista: sono diversi, sottolinea, malgrado il piacere estetico che può generare il lavoro di entrambi. "Una differenza è che, almeno dal punto di vista estetico, un matematico è più anonimo di un artista. Mentre possiamo ammirare enormemente un matematico che scopre una bella dimostrazione, la storia umana che si cela dietro questa dimostrazione finisce con il dissolversi ed è, infine, la sola matematica che ci dà piacere".19 Pragmatico, prende atto di ciò che è stato indubbiamente fatto. Ma la dissoluzione della propria storia non è un imperativo. Sarà un caso ma l'autore di "Matematica" non esclude neanche che entro un centinaio di anni i computer potranno svolgere il suo lavoro, anche se in questo caso ammette di esprimere un parere non condiviso dalla maggior parte dei suoi colleghi[20]. Se avrà avuto ragione, la dissoluzione sarà allora completata.

8. Teoria della dimostrazione

La questione non si esaurisce con gli oggetti della matematica. Investe anche e soprattutto le procedure. La dimostrazione di un teorema è buona per tutte le stagioni? Quando si può dire che un teorema è dimostrato veramente? Sarà forse quando chi enuncia una serie di congetture che sembra funzionare è sufficientemente autorevole? Oppure, quando ogni singola proposizione del ragionamento scomposto ai suoi minimi termini è stato validato?

Il rigore della dimostrazione viene descritto come uno dei temi dominanti della matematica contemporanea: la dimostrazione della congettura di Poincaré da parte del russo Perelman ne è un esempio, così come quella del teorema di Fermat da parte di Andrew Wiles o della possibile dimostrazione della congettura Abc da parte di Shinichi Mochizuki.

È vero, le cose si sono fatte più complicate. Ma già all'inizio del Novecento, Peano rimproverava Segre per la sua insistenza nel voler distinguere il periodo della scoperta da quello di una sua successiva giustificazione rigorosa. "Chi enuncia delle conseguenze che non sono contenute nelle premesse, potrà fare della poesia, ma non della matematica"[21], diceva il matematico torinese (che poi viene comunque criticato per le stesse ragioni che sollevava lui per attaccare altri).

Si tratta forse, allora, di un problema più intrinseco alla matematica. Come sembra voler dire Poincaré quando scrive che "non ci sono problemi risolti e non risolti. Ci sono soltanto problemi più o meno risolti" [22]. Lui parlava della ricerca non solo formale di soluzioni di equazioni differenziali (ovvero della ricerca in tempi ragionevoli della soluzione, non solo della certezza che questa soluzione esiste), ma è difficile non rimanere affascinati dall'intrusione di questo aggettivo in questa storia.

Sono tutti d'accordo nel dire che i problemi della matematica sono stati risolti da tempo? Poincaré avrebbe posto la questione in altro modo, forse. Sempre nell'intervento che non era riuscito a fare al Congresso dei matematici di Roma del 1908 intitolato "L'avvenire della matematica", se la prendeva con i "profeti di sventura, che ripetevano volentieri che tutti i problemi risolvibili erano stati risolti e che dopo di essi non c'era più nulla da spigolare". Breve pausa. Sospiro di sollievo. "Fortunatamente, l'esempio del passato ci rassicura. Molte volte si è creduto di aver risolto tutti i problemi o almeno di avere fatto l'inventario di quelli che ammettono soluzione. Poi il senso del termine 'soluzione' si è allargato e i problemi insolubili sono diventati i più interessanti di tutti e si sono posti altri problemi ai quali non si era pensato"[23].

Il matematico francese, che sarebbe morto entro pochi anni per il male che lo aveva tenuto recluso in albergo a Roma durante il Congresso, non si riferisce ai fondamenti (ma non si può non cogliere la dissonanza fra le due affermazioni) nella prolusione in cui ammette la debolezza della nostra mente, e la facilità con cui rischia di perdersi nella complessità del mondo se non fosse in grado di fare emergere un "ordine inatteso", di "comprendere l'insieme contemporaneamente ai dettagli". È lo stesso discorso in cui riconosce alle "felici innovazioni di linguaggio" il vero motore dell'innovazione matematica[24].

Ma ci si chiede se fra la teoria che ci assicura la possibilità di scomporre una dimostrazione a minimi termini riconducibili agli assiomi, e la realtà di dimostrazioni di centinaia di pagine, non ci sia nulla che sfugge.

9. Blog e archivi

C'è da scrivere. E questo stanno facendo da diversi anni molti matematici. Non solo con libri che usano un linguaggio diverso da quello dei teoremi, dai lemmi e dalle loro dimostrazioni, anche se Villani ha da poco spostato la frontiera inserendo nel suo Teorema Vivente passaggi fondamentali, intoccati da nessuna concessione alla semplificazione. Ma anche con blog, per rendere la comunicazione ancora più diretta. Gowers, Terence Tao, anche lui Medaglia Fields e giovane coprotagonista di Villani di una matematica priva di frontiere interne. Forse è proprio il desiderio di molti di comunicare anche il pensiero mentre si compone la strada che porta agli archivi.

17 Enriques, Matematica e filosofia, citato in Guerraggio e Nastasi, “Roma 1908: il congresso internazionale dei matematici”.

18 Kline, A Cultural Approach to Mathematics. E’ più bello l’inglese “the logic of discovery is far more exciting than the logic of the discovered”.

19 Gowers, cit. p. 137

20 In realtà sono in molti a esprimere fiducia in un tale sviluppo. Villani cita il matematico russo Vladimir Voevodsky, secondo cui “in un avvenire non molto lontano i programmi informatici potranno verificare degli argomenti lunghi e complessi, e dice che questo è già in corso di sperimentazione in Francia su alcuni risultati celebri. Sono stato scettico all’inizio, ma colui che ho di fronte non è un matto, è uno scienziato di altissimo livello. Devo prendere la cosa sul serio”, Villani, cit. p.189

21 Guerraggio e Nastasi, Roma 1908, il congresso internazionale dei Matematici, Bollati Boringhieri 2008, p. 42

22 Poincaré, L’avvenire della matematica, testo inserito nel libro di Guerraggio citato, p.187

23 Poincaré, cit. pag. 178

24 “Una parola ben scelta basta spesso a far sparire le eccezioni che comportavano le regole enunciate nel vecchio linguaggio: è per questo che si sono immaginate le quantità negative, le quantità immaginarie, i punti all’infinito ecc. E le eccezioni, non bisogna dimenticarlo, sono perniciose perché nascondono le leggi”, scrive ancora Poincaré, cit. pag. 184.